

الإحتمال

العمليات على الأحداث

مسلّمات الإحتمال

تعريف

الصورة اللفظية	الصورة الرمزية
إحتمال وقوع الحدث P أو الحدث B إحتمال وقوع كلا الحدثين إحتمال وقوع أحد الحدثين على الأقل	$P \cup B = P + B - (P \cap B)$ $P \cap B$
إحتمال وقوع P و B إحتمال وقوعهما معا	$P \cap B = P + B - (P \cup B)$
إحتمال عدم وقوع P	$P' = 1 - P$
إحتمال وقوع P فقط إحتمال وقوع P و عدم وقوع B	$P - (P \cap B) = P - (P \cap B)$ $P - (P \cap B)$
إحتمال وقوع B فقط إحتمال وقوع B و عدم وقوع P	$B - (P \cap B) = B - (P \cap B)$ $B - (P \cap B)$
إحتمال عدم وقوع B فقط إحتمال وقوع P أو عدم وقوع B	$P \cup B' = P + B' - (P \cap B')$ $P \cup B' = P + B' - (P \cap B')$
إحتمال عدم وقوع P فقط إحتمال وقوع B أو عدم وقوع P	$P' \cup B = P' + B - (P' \cap B)$ $P' \cup B = P' + B - (P' \cap B)$
إحتمال وقوع حدث واحد على الأكثر إحتمال عدم وقوع P و B معا	$P \cup B = P + B - (P \cap B)$ $P \cup B = P + B - (P \cap B)$
إحتمال عدم وقوع أحدهما على الأقل إحتمال عدم وقوع P أو B	$P' \cap B' = 1 - (P \cup B)$ $P' \cap B' = 1 - (P \cup B)$
إحتمال وقوع أحدهما فقط إحتمال وقوع P أو B فقط إحتمال وقوع أحدهما دون الآخر	$[P - (P \cap B)] \cup [B - (P \cap B)]$ $[P - (P \cap B)] \cup [B - (P \cap B)]$ $P \cup B - (P \cap B)$

إذا كان P حدثاً من أحداث فضاء العينة
لتجربة عشوائية ما أى $P \subset F$ فإن :
(١) إحتمال الحدث P " P " هو عدد
حقيقى يحقق ما يأتى : $P = P$ $P \cup P = P$
حيث : $0 \leq P \leq 1$ $P \in [0, 1]$
أى أن : $P \in [0, 1]$
(٢) $P = 1$ أى أن : إحتمال الحدث المؤكد = ١
(٣) $P = 0$ أى أن : إحتمال الحدث المستحيل = صفر
(٤) إذا كان : P, B حدثين متنافيين من
فضاء عينة فإن : $P \cap B = 0$ $P \cap B = 0$
 $P \cup B = P + B$
(٥) إذا كان : $F = \{P_1, P_2, P_3, \dots, P_n\}$
فإن : $P_1 \cup P_2 \cup P_3 \cup \dots \cup P_n = F$
 $P_1 \cup P_2 \cup P_3 \cup \dots \cup P_n = F$
 $P_1 \cup P_2 \cup P_3 \cup \dots \cup P_n = F$
(٦) إذا كان : P, B حدثين من فضاء عينة
 $P \subset B$ فإن : $P \cap B = P$ $P \cap B = P$
 $P \cup B = B$ $P \cup B = B$

* **التجربة العشوائية** : هي تجربة نستطيع
معرفة جميع نواتجها الممكنة قبل إجرائها .
ولكن لا يمكن تحديد الناتج الذى سيحدث فعلاً
* **فضاء العينة** : هو مجموعة جميع النواتج
الممكنة للتجربة العشوائية و عدد عناصرها
هو n (F)
* **الحدث** : هو مجموعة جزئية من فضاء العينة
فإذا كان : P حدث فى F فإن : $P \subset F$
و عدد عناصره هو : $n(P)$ أى عدد
قرص وقوع الحدث P
* **الحدث المستحيل** " \emptyset " = : هو الحدث
الذى لا يمكن وقوعه
* **الحدث المؤكد** : هو الحدث الذى له كل
النواتج الممكنة
* **الحدث البسيط** : هو حدث يتكون من
عنصر واحد و يسمى حدث أولى
* **الحدث المركب** : هو حدث يتكون من أكثر
من عنصر و يسمى حدث غير بسيط
* **الحدثان المتنافيين** : هما حدثان لا يمكن
وقوعهما معاً
أى أن : هما حدثان تقاطعهما \emptyset
ملاحظة : الأحداث البسيطة فى فضاء العينة
تكون متنافية متى متى

ملخص الاحصاء

الصف الثالث الثانوى

(٢)

المتغير العشوائى المتقطع " المنفصل ، الوتاب "

هو متغير عشوائى مداه مجموعة محدودة من الأعداد الحقيقية

التوزيع الاحتمالى المتقطع

إذا كان : X متغير عشوائى متقطع مداه المجموعة $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ فإن الدالة D المعرفة كالآتى :
 $D = \{ (x_1, p_1), (x_2, p_2), \dots, (x_n, p_n) \}$ حيث : $D = (x_i, p_i) \Rightarrow p_i = P(X = x_i)$ لكل i $p_i \geq 0$ $\sum_{i=1}^n p_i = 1$ x_1, x_2, \dots, x_n متحدد ما يسمى بالتوزيع الاحتمالى للمتغير العشوائى X و الذى يعبر عنه بمجموعة الأزواج المرتبة المحددة لبيان الدالة D

ملاحظات

(١) الدالة D تحقق الشرطين :

١- $D = (x_i, p_i) \Rightarrow p_i \geq 0$ لكل i $p_i = 0, 1, 2, 3, \dots$

٢- $D = (x_1, p_1), (x_2, p_2), \dots, (x_n, p_n) \Rightarrow \sum_{i=1}^n p_i = 1$

(٢) يكتب التوزيع الاحتمالى للمتغير العشوائى X بالصورة

$\{ (x_1, p_1), (x_2, p_2), \dots, (x_n, p_n) \}$ أو فى صورة جدول :

x_i	p_i	x_i	p_i	x_i	p_i
x_1	p_1	x_2	p_2	x_3	p_3
(x_1, p_1)	(x_2, p_2)	(x_3, p_3)	(x_4, p_4)	(x_5, p_5)	(x_6, p_6)

معامل الاختلاف = $\frac{\text{الانحراف المعياري}}{\text{الوسط الحسابي}}$

المتغير العشوائى

إذا كان : X فضاء عينة لتجربة عشوائية ما ، S مجموعة الأعداد الحقيقية فإن : أى دالة $D = (x_i, p_i)$ X تسمى متغيراً عشوائياً معرفاً على F

التوزيع الاحتمالى

الوسط الحسابى و التباين و الانحراف المعيارى

إذا كان : X متغير عشوائى متقطع مداه المجموعة $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ باحتمالات $D = (x_1, p_1), (x_2, p_2), \dots, (x_n, p_n)$ على الترتيب فإن :
الوسط الحسابى " التوقع " $(\mu) = \sum_{i=1}^n x_i p_i$
التباين : $(\sigma^2) = \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 p_i$
الانحراف المعيارى : $(\sigma) = \sqrt{\sigma^2}$

جدول حساب $(\mu), (\sigma^2), (\sigma)$

x_i	$x_i - \mu$	$(x_i - \mu)^2$	$x_i p_i$	$(x_i - \mu)^2 p_i$
x_1	$x_1 - \mu$	$(x_1 - \mu)^2$	$x_1 p_1$	$(x_1 - \mu)^2 p_1$
x_2	$x_2 - \mu$	$(x_2 - \mu)^2$	$x_2 p_2$	$(x_2 - \mu)^2 p_2$
x_3	$x_3 - \mu$	$(x_3 - \mu)^2$	$x_3 p_3$	$(x_3 - \mu)^2 p_3$
x_4	$x_4 - \mu$	$(x_4 - \mu)^2$	$x_4 p_4$	$(x_4 - \mu)^2 p_4$
x_5	$x_5 - \mu$	$(x_5 - \mu)^2$	$x_5 p_5$	$(x_5 - \mu)^2 p_5$
x_6	$x_6 - \mu$	$(x_6 - \mu)^2$	$x_6 p_6$	$(x_6 - \mu)^2 p_6$
$\sum x_i p_i = \mu$				
$\sum (x_i - \mu)^2 p_i = \sigma^2$				

المتغير العشوائى المتصل

هو متغير عشوائى مداه فترة مفتوحة أو مغلقة من الأعداد الحقيقية

التوزيع الاحتمالى المتقطع

إذا كان X متغير عشوائى متصل مداه الفترة $[a, b]$ ، الدالة D حيث $D = (x, p(x))$ بحيث تحقق :
(١) $D = (x, p(x)) \Rightarrow p(x) \geq 0$ لكل $x \in [a, b]$
(٢) الشكل البياني لهذه الدالة هو منحنى متصل بحيث تكون مساحة المنطقة أسفل منحنى الدالة و فوق $[a, b]$ مساوية للواحد الصحيح

دالة الكثافة

إذا كان X متغير عشوائى متصل فإن الدالة الحقيقية D تسمى دالة كثافة المتغير العشوائى X إذا كان :
 $D = (x, p(x)) \Rightarrow p(x) \geq 0$ $\int_a^b p(x) dx = 1$ a, b حقيقين $a < b$ $p(x)$ منحنى D و فوق محور السينات فى $[a, b]$ و فلك لكل عددين حقيقين a, b حيث $a < b$

(٣)

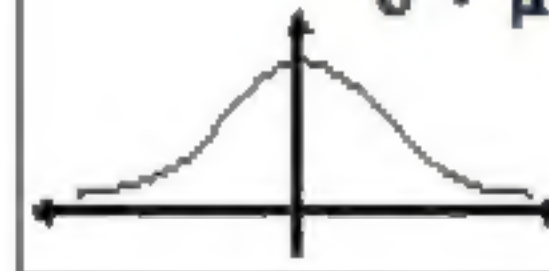
الصف الثالث الثانوى

ملخص الاحصاء

التوزيع الطبيعي

التوزيع الطبيعي المعياري

هو توزيع لمتغير عشوائى X متصل مداه $[-\infty, +\infty]$ ودالة كثافة الاحتمال له دالة أسية تعتمد على القيمتين μ, σ لهذا المتغير العشوائى X



هو توزيع طبيعي وسطه الحسابى $\mu = 0$ و انحرافه المعياري $\sigma = 1$

خواصه

- المنحنى متصل و يقع بأكمله فوق محور السينات
- متماثل بالنسبة للمستقيم : $x = 0$ صفر
- المساحة فوق محور السينات و تحت المنحنى $= 1$ والمستقيم $x = 0$ صفر يقسم هذه المساحة إلى قسمين متساويين كل منهما $= 0.5$
- مساحة المنطقة الواقعة أسفل المنحنى و فوق الفترة $[a, b]$ تمثل عدداً احتمال وقوع المتغير العشوائى X فى $[a, b]$ أى أن :
 $P(a \leq X \leq b) =$ مساحة المنطقة الواقعة تحت المنحنى و فوق $[a, b]$

خواصه

- المنحنى متصل و يقع بأكمله فوق محور السينات
- متماثل بالنسبة للمستقيم : $x = \mu$
- له قيمة واحدة عند $x = \mu$
- يتزايد فى $[-\infty, \mu]$ و يتناقص فى $[\mu, +\infty]$
- يقتررب طرفاه من محور السينات دون أن يقطعاها

حساب الاحتمالات لمتغير طبيعي

معيارى


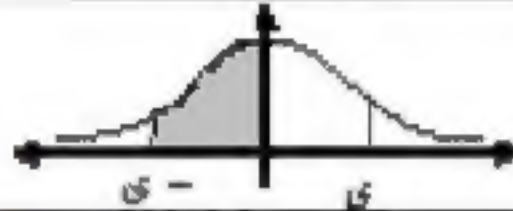
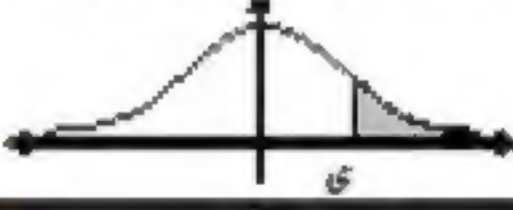








غير معيارى

حساب قيمة عدد إذا علمت المساحة

قاعدة التحويل إلى متغير طبيعي معيارى :

إذا كان X متغير طبيعي غير معيارى وسطه الحسابى μ و انحرافه المعياري σ نحول هذا المتغير إلى متغير طبيعي معيارى Z بالقاعدة $Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$ ويكون :
 $P(a \leq X \leq b) = P\left(\frac{a - \mu}{\sigma} \leq Z \leq \frac{b - \mu}{\sigma}\right)$

$0.5 > p$	$0.5 < p$	
Y سالب	Y موجب	$P = P(X \geq Y)$
Y موجب	Y سالب	$P = P(X \leq Y)$
$P - 0.5 = P(X \geq Y)$	$0.5 - P = P(X \leq Y)$	
نبحث فى الجدول عن قيمة Y التى تناظر المساحة الناتجة		

المساحة التى تمثلها	صورته الاحتمال المستخدمة فى الجدول	الاحتمال المطلوب حيث Y عدد موجب ، a, b موجبان ، $a < b$
	يكشف من الجدول مباشرة	$P(X \geq Y)$
		$P(X \leq -Y)$
		$P(-Y \leq X \leq Y)$
		$P(X \geq Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(X \geq -Y)$
		$P(-Y \leq X \leq Y)$
		$P(X \leq -Y)$
		$P(X \geq Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(-Y \leq X \leq Y)$
		$P(X \geq -Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(X \geq Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(-Y \leq X \leq Y)$
		$P(X \geq -Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(X \geq Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(-Y \leq X \leq Y)$
		$P(X \geq -Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(X \geq Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(-Y \leq X \leq Y)$
		$P(X \geq -Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(X \geq Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(-Y \leq X \leq Y)$
		$P(X \geq -Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(X \geq Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(-Y \leq X \leq Y)$
		$P(X \geq -Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(X \geq Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(-Y \leq X \leq Y)$
		$P(X \geq -Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(X \geq Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(-Y \leq X \leq Y)$
		$P(X \geq -Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(X \geq Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(-Y \leq X \leq Y)$
		$P(X \geq -Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(X \geq Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(-Y \leq X \leq Y)$
		$P(X \geq -Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(X \geq Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(-Y \leq X \leq Y)$
		$P(X \geq -Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(X \geq Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(-Y \leq X \leq Y)$
		$P(X \geq -Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(X \geq Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(-Y \leq X \leq Y)$
		$P(X \geq -Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(X \geq Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(-Y \leq X \leq Y)$
		$P(X \geq -Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(X \geq Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(-Y \leq X \leq Y)$
		$P(X \geq -Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(X \geq Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(-Y \leq X \leq Y)$
		$P(X \geq -Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(X \geq Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(-Y \leq X \leq Y)$
		$P(X \geq -Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(X \geq Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(-Y \leq X \leq Y)$
		$P(X \geq -Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(X \geq Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(-Y \leq X \leq Y)$
		$P(X \geq -Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(X \geq Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(-Y \leq X \leq Y)$
		$P(X \geq -Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(X \geq Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(-Y \leq X \leq Y)$
		$P(X \geq -Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(X \geq Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(-Y \leq X \leq Y)$
		$P(X \geq -Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(X \geq Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(-Y \leq X \leq Y)$
		$P(X \geq -Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(X \geq Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(-Y \leq X \leq Y)$
		$P(X \geq -Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(X \geq Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(-Y \leq X \leq Y)$
		$P(X \geq -Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(X \geq Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(-Y \leq X \leq Y)$
		$P(X \geq -Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(X \geq Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(-Y \leq X \leq Y)$
		$P(X \geq -Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(X \geq Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(-Y \leq X \leq Y)$
		$P(X \geq -Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(X \geq Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(-Y \leq X \leq Y)$
		$P(X \geq -Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(X \geq Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(-Y \leq X \leq Y)$
		$P(X \geq -Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(X \geq Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(-Y \leq X \leq Y)$
		$P(X \geq -Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(X \geq Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(-Y \leq X \leq Y)$
		$P(X \geq -Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(X \geq Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(-Y \leq X \leq Y)$
		$P(X \geq -Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(X \geq Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(-Y \leq X \leq Y)$
		$P(X \geq -Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(X \geq Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(-Y \leq X \leq Y)$
		$P(X \geq -Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(X \geq Y)$
		$P(X \leq Y)$
		$P(-Y \leq X \leq Y)$
		$P(X \geq -Y)$

ملخص الاحصاء

هو علاقة بين متغيرين
(ظاهرتين) أو أكثر

درجات الارتباط :

(١) الارتباط التام : فيه يمكن معرفة قيمة أحد المتغيرين إذا علمت قيمة المتغير الآخر

(٢) الارتباط الصفري (المتعدم) :
والذي يعنى عدم وجود أى علاقة
بين المتغيرين

(٣) الإرتباط غير التام : وفيه يتبع أحد المتغيرين الآخر في تغيره إلى حد ما

أنواع الارتباط حسب طبيعة إتجاه المتغيرين :

(١) **الإرتباط الطردى** : وفيه يكون تغير المتغيرين في إتجاه واحد أى أنهما يتبعان بعضهما في الزيادة و النقص

(٢) **الإرتباط العكسى** : وفيه يكون تغير المتغيرين في إتجاهين متضادتين بحيث أن أى زيادة في أحدهما يتبعها نقص في الآخر أو العكس

أنواع الارتباط حسب الوصف التحليلي لعلاقة الارتباط :

(۱) ارتباط خطی

(۲) ارتباط غیر خطی

تقاس درجة العلاقة بين متغيرين بمقياس يسمى
"معامل الارتباط" (✓)

الصف الثالث الثانوى

الإرتباط

معامل الارتباط

معامل ارتباط بيرسون للبيانات غير المئويةية

$$\frac{r_{\text{مدس ص}} - (r_{\text{مدس}} \times r_{\text{مدص}})}{r_{\text{مدس}} - r_{\text{مدص}} \times r_{\text{مدس}}} = \checkmark$$

بعض خصائص معامل الارتباط (مر)

(١) من تكون موجبة في حالة الارتباط الطردى و سالبة في حالة الارتباط العكسى

(٢) صفر في حالة الارتباط المنعدم

(٣) $r = 1$ في حالة الارتباط الطردي التام ، $r = -1$ في حالة الارتباط العكسي التام

$$[1, 1] \in \checkmark (4)$$

(٥) معامل ارتباط بيرسون لا يتغير إذا طرحنا أو جمعنا أي عدد ثابت " من الممكن أن يكون الوسط الحسابي " من جميع قيم المتغير س ، و أي عدد ثابت آخر من قيم المتغير ص

معامل ارتباط بيرسون الرتب لمبيرمان

$$\frac{1}{(1-u)^2} - 1 = r$$

جدول حساب معامل ارتباط الرتب لمسير مان

س	ص	رتب س	رتب ص	ف	ف ^۲
مجموع ف^۲					

جدول حساب معامل ارتباط پیرسون

س	ص	س ^۲	ص ^۲	س ^۱ ص
مج س	مج ص	مج س ^۲	مج ص ^۲	مج س ^۱ ص

الإنحدار

